OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a IX-a
18.02.2012

Subiectul I.(20 puncte)

Să se determine $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care :

$$\left[\sqrt{4\cdot n^2+1}\right]+\left[\sqrt{4\cdot n^2+2}\right]+\left[\sqrt{4\cdot n^2+3}\right]+\ldots+\left[\sqrt{4\cdot n^2+9\cdot n+3}\right]+\left[\sqrt{4\cdot n^2+9\cdot n+4}\right]=18\cdot n^2+2021,$$

unde prin $[x]$ s-a notat partea întreagă a numărului real *x*.

prof. Gheorghe Loboņț , Colegiul Național ,, Mihai Viteazul" Turda

Subiectul II. (20 puncte)

a) Să se arate că dacă $a, b \in \mathbb{N}^*$, atunci $\left(a+\sqrt{b}\right)^n+\left(a-\sqrt{b}\right)^n \in \mathbb{N}^*$;

b) Să se arate că în scrierea numărului $\left(\sqrt{2501}+50\right)^{2013}$ ca număr zecimal, primele 4026 cifre după virgulă sunt zerouri.

Prof. Eugen Jecan, Colegiul Național ,,Andrei Mureşanu" Dej

Subiectul III.(30 puncte)

Să se demonstreze că:

$$\sqrt{-a+b+c}+\sqrt{a-b+c}+\sqrt{a+b-c}\le\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c},$$ oricare ar fi numerele

reale a, b, c alese astfel încât să existe radicalii. În ce caz avem egalitate?

Prof. Ilie Diaconu, Liceul Teoretic "Avram Iancu" Cluj – Napoca

Subiectul IV.(20 puncte)

În plan se consideră n puncte distincte, n≥2, având centrul de greutate G. Se împart cele n puncte în două mulțimi disjuncte şi nevide, având centrele de greutate respectiv G_1 şi G_2. Să se demonstreze că G € $[G_1G_2]$ şi apoi să se determine raportul în care punctul G împarte segmentul $[G_1G_2]$ în funcţie de modul de împărțire.

Prof. Nicolae Alb,Liceul Teoretic ,,Octavian Goga" Huedin

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timp efectiv de lucru-3 ore.